

FTAMP 30.19.02 : 27.35.45

Р.Ж. Наметкулова¹ – негізгі автор, | ©
А.К. Кадириббетова²¹Аға оқытушы, ²Магистр, аға оқытушы

ORCID

¹<https://orcid.org/0000-0002-1658-152X> ²<https://orcid.org/0000-0003-2839-6177>^{1,2}М.Х. Дулати атындағы Тараз университеті,

Тараз, Қазақстан

¹nametkulova65@mail.ru<https://doi.org/10.55956/KWGP3961>

ЖЫЛУӨТКІЗГІШТІК ТЕҢДЕУІ ҮШІН ФАЗАЛЫҚ ЖАЗЫҚТЫҚТАҒЫ ШЕКАРАЛЫҚ ШАРТТАР

Аңдатпа. Температура – температура градиенті және температура – жылу ағынының тығыздығы фазалық жазықтықтарындағы жылуөткізгіштіктің шектік есебінің шекаралық шарттарын талдаудың әдісі қарастырылған. Берілген жазықтықтардағы сызықтық шекаралық шарттардың түрлерінің ерекшеліктері талданған. Фазалық жазықтықтардағы бейсызықтық шекаралық шарттар екі жағдай үшін зерттелген. Температураның таралу есебінің эксперименттік және теориялық зерттеу нәтижелері салыстырылды.

Тірек сөздер: шекаралық шарттар, жылуөткізгіштік, жылуөткізгіштік теңдеуі, жылу ағыны, температура, шектік есеп, фазалық жазықтық.



Наметкулова, Р.Ж. Жақаш, Ә.Т. Жылуөткізгіштік теңдеуі үшін фазалық жазықтықтағы шекаралық шарттар [Мәтін] / Р.Ж. Наметкулова, А.К. Кадириббетова // Механика және технологиялар / Ғылыми журнал. – 2026. – №1(91). – Б.472-481. <https://doi.org/10.55956/KWGP3961>

Кіріспе. Нақты физикалық процестерді модельдеу мақсатында көпшілік жағдайда математикалық физиканың теңдеулері (дербес туындылардағы теңдеулер) қолданылады. Бұл екінші реттік дифференциалдық: жылуөткізгіштік (диффузия) құбылысын сипаттайтын параболалық, толқынның таралуын сипаттайтын гиперболалық және әртүрлі физикалық шамалардың стационар таралуын сипаттайтын эллипстік типтес теңдеулер. Күрделі физикалық процестерді модельдеу осындай теңдеулер жүйесін қолдануды талап етеді және есептердің мультифизикалық қойылымына алып келеді. Дербес туындылардағы дифференциалдық теңдеулер қолданылатын нақты есептердің математикалық қойылымында шектік шарттар беріледі: шекаралық және бастапқы шарттар; соңғысы есептің нақты шешімін табу үшін қажет.

Шекаралық шарттары тривиалдық (біртекті) және сызықтық болатын жылуөткізгіштіктің шектік есебін талдау соншалықты қиындық тудырмайды. Егер шекаралық шарттар бейсызықтық [1] немесе қандай да бір жылулық тепе-теңдік теңдеулерімен [2,3] берілсе, онда мұндай есепті шешу күрделене түседі. Мұндай жағдайларда шекаралық шарттарға қосымша талдау жасау қажет болады. Жалпы жағдайда шекаралық шарттар ізделінетін шамалардың

және олардың туындыларының функциясы ретінде берілетіндіктен, мұндай талдау жасау үшін температура – температура градиенті $(T, \partial T/\partial x)$ және температура – жылу ағынының тығыздығы (T, q) фазалық жазықтықтарын қолдану ұсынылады. (T, q) фазалық жазықтықтың координаттарының физикалық интерпретациясы жалпыланған потенциал мен ағын болып табылады [4].

Зерттеу шарттары мен әдістері. Бұл жұмыста бірөлшемді жылуөткізгіштік теңдеуінің сызықтық және бейсызықтық шекаралық шарттарын фазалық жазықтықтарда кескіндеу және талдау әдістері қарастырылады.

Жылуөткізгіштіктің шектік есептерін талдау және шешу кезінде шекаралық шарттарды тек қана $(T, \partial T/\partial x)$ жазықтығында емес, сонымен бірге температура – жылулық энергия ағыны (T, q) фазалық жазықтығында бейнелеген ыңғайлы. I текті шекаралық шарттың (T, q) жазықтығындағы кескіні оның $(T, \partial T/\partial x)$ жазықтығындағы кескініне ұқсас. II текті шекаралық шарттың (T, q) жазықтығындағы кескіні $(T, \partial T/\partial x)$ жазықтығындағы кескінімен салыстырғанда таңбасы өзгереді, ал III текті шекаралық шарттың кескіні таңбасын да, түзудің көлбеулік бұрышын да өзгертеді. IV текті шекаралық шарттың (T, q) жазықтығындағы кескіні q айнымалысы үшін үздіксіз болады [5].

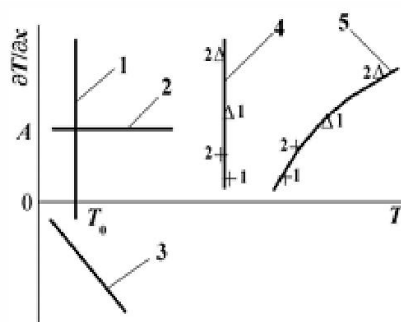
Шекаралық шарттарды фазалық жазықтықтарда кескіндеу арқылы шектік есептердің мүмкін шешімдерінің облысына талдау жасау ыңғайлы. Мысалы, егер кесіндінің шеттеріндегі шектік есептер үшін I текті шарт берілсе, онда фазалық жазықтықтағы мүмкін шешімдердің облысы вертикаль жолақ, ал II текті шарт – горизонталь жолақ болып табылады [6]. Бірінші жағдайдағы температураның туындысының өзгерісіне және екінші жағдай үшін температураның өзгерісіне шектеулер қойып, төртбұрыш түріндегі мүмкін мәндердің облысын аламыз. Осы тәрізді талдаулар жасай отырып, III текті шекаралық шарт үшін есептің мүмкін шешімдерінің облысын қандай да бір сектор түрінде аламыз.

Зерттеу нәтижелері және оларды талқылау. Жылуөткізгіштік теңдеуі үшін шекаралық шарттардың төрт түрі белгілі [7]. Температураны абсолюттік шкалада аламыз. Шкаланы бұлай таңдау $(T, \partial T/\partial x)$ фазалық жазықтықтың тек оң жарты жазықтығын алуға мүмкіндік береді.

Егер I-тексті шекаралық шарт бойынша дененің бетінің T температурасы $(x = x_0)$ шекарада жылуалмасу кезінде өзгермейтін болса, онда

$$T(t, x = x_0) = T_0 = const. \quad (1)$$

Бұл шарттың фазалық жазықтықтағы кескіні түзу болады (1-сурет, 1-сызық). Жалпы $T_0 = T_0(t)$ жағдайда уақыт өтуімен вертикаль сызық бастапқы орнына параллель орын аустырады.



Сурет 1. 1) I; 2) II; 3) III; 4,5) IV текті сызықтық шекаралық шарттардың $(T, \partial T / \partial x)$ фазалық жазықтықтағы кескіндері

Жылу ағынының тұрақты тығыздығы үшін Фурье заңын ескере отырып, II текті шекаралық шартты жазамыз:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0} = -\frac{q_0}{\lambda} = A = \text{const}, \quad (2)$$

мұндағы: λ – жылуөткізгіштік коэффициенті. Бұл шекаралық шарт фазалық жазықтықта 2 горизонталь сызық түрінде (1-сурет) кескінделеді.

Ньютон заңы бойынша III текті шекаралық шарт:

$$\lambda \left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=x_0} = \pm \alpha (T - T_C), \quad (3)$$

мұндағы: α – жылу алмасу коэффициенті; T_C – ортаның температурасы. «Плюс» таңбасы денені салқындату ($T > T_C$), ал «минус» – оны қыздыру ($T < T_C$) кезінде қолданылады. Берілген шекаралық шарт көлбеулік коэффициенттері әртүрлі болатын түзулер түрінде кескінделеді (1-сурет, 3 сызық).

Температуралары бірдей $T_1 = T_2$ және жылу өткізгіштік коэффициенттері әртүрлі ($\lambda_1 \neq \lambda_2$) екі ортаның шекарасында IV текті шарт қойылады:

$$-\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial x} \right|_{x=x_0} = -\lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial x} \right|_{x=x_0} \quad (4)$$

Бұл IV текті шекаралық шарттың фазалық кеңістіктегі кескіні 1-суретте (4 сызық) көрсетілген. Бұл температураның кеңістіктік айнымалы бойынша туындысы үзіліске ұшырайтын вертикаль сызық, себебі $\lambda_1 \neq \lambda_2$. Сонымен бірге бұл үзіліс осы туындының абсолюттік мәнінің артуымен өседі. 1-суретте бұл жағдай температураның кіші туындылары үшін «+» және үлкен мәнді туындылары « Δ » таңбасымен белгіленген. Таңбалардағы сандар T айнымалысының индекстерімен сәйкес келеді.

Негізінде, мұндай секірулер температураның кеңістіктік туындыларында ғана емес, сондай ақ $T_1 \neq T_2$ температураның өзінде де болады. Мысалы, екі дененің арасында ауаның немесе басқа ортаның жұқа қабаты болса, IV текті шекаралық шарттың фазалық кеңістіктегі кескіні 5 қисық (1-сурет) түрінде болады.

Фазалық жазықтықтағы шектік есептердің мүмкін шешімдерінің облысын тұрғызу және көрнекі түрде көрсету шектік есепті шешудің сандық алгоритмін жасауда маңызды болып табылады. Мұндай талдауды шектік есептің дифференциалдық операторының дөңес қисық түріндегі ерекше нүктелері болғанда қолдану қажет болады.

Енді, фазалық жазықтықтардағы бейсызықтық шекаралық шарттарды қарастырайық. I және II текті бейсызықтық шекаралық шарттар үшін фазалық жазықтықтардағы кескіндеу мен талдауды жалпылауға болады. Мұндай шекаралық шарттар тек (анық және жасырын түрде берілген) сәйкесінше температураға немесе оның кеңістіктік туындысына бейсызықтық тәуелділіктерден тұрады. Бұл шарттардың $(T, \partial T/\partial x)$ жазықтығындағы кескіні сызықтық жағдайдағыдай (1-сурет, 1, 2 сызықтар) болып қалады, бірақ сызықтық емес теңдеулердің мүмкін шешімдерінің облысына қойылатын қосымша математикалық шектеулер пайда болады.

III және IV текті бейсызықтық шекаралық шарттарды әрбір нақты есеп үшін талдап, кескіндеу қажет. Осындай екі есеп қарастырамыз. Біріншісі кабельдік бұйымдарды жылулық өңдеу кезіндегі температуралық өрістерді математикалық модельдеумен байланысты [1], екіншісі – энергияны термоэмиссиялық түрлендіргіштің төмен температуралы цезий плазмасындағы процестерді моделдеумен байланысты [2-6].

Мыс өзекшесі бар кабельді оқшаулаушы қабатпен қаптау жылулық өңдеу пештерінде құрғақ әдіспен жүргізіледі. Бірөлшемді цилиндрлік координаттардағы жылуөткізгіштіктің шектік есебіне II, III және IV текті шекаралық шарттар қойылады:

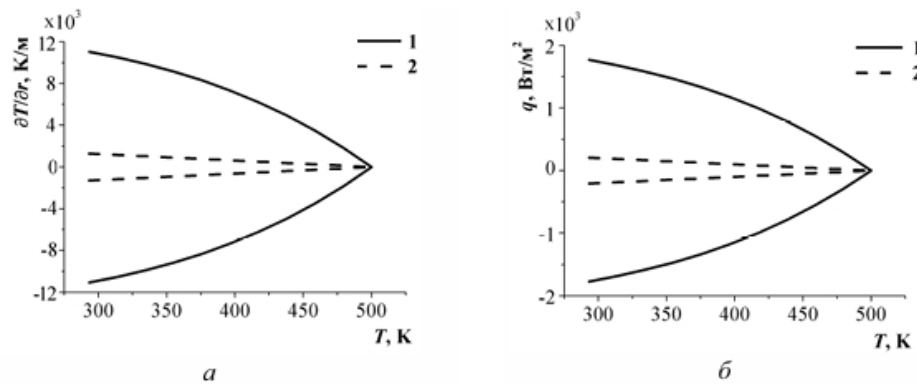
$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=0} = 0, \quad (5)$$

$$q_2 = -\lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=r_2} = \alpha(T_2 - T_B) + \sigma \varepsilon_k (T_2^4 - T_B^4), \quad (6)$$

$$-\lambda_1 \left. \frac{\partial T_1}{\partial r} \right|_{r=r_1} = -\lambda_2 \left. \frac{\partial T_2}{\partial r} \right|_{r=r_2}, \quad (7)$$

мұндағы: r – бұйымның радиусы; $r_1 = 2 \cdot 10^{-3}$ м, $r_2 = 3 \cdot 10^{-3}$ м – өзекше мен қабықтың радиусы; T_1, T_2 – өзекше мен қабықтың температурасы; $T_B = 500$ К – өңдеу пешінің температурасы; $\lambda_1 = 400$ Вт/(м·К), $\lambda_2 = 0,16$ Вт/(м·К) – мыс өзекше мен қабықтың жылу өткізгіштік коэффициенттері; $\alpha = 1$ Вт/(м²·К) – қоршаған ортаның жылу алмасу коэффициенті; $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴) – Стефан – Больцман тұрақтысы, $\varepsilon_k = 0,5$ – қара түстің келтірілген дәрежесі.

2-суретте $(T, \partial T/\partial x)$ және (T, q) жазықтықтарындағы есептің бейсызықтық шекаралық шарттарының кескіндері көрсетілген. 2, а-суретті талдау бойынша сәулеленудің бейсызықтық мүшесін ескеру қабықтағы температураның градиентінің температураның бүкіл 293,...,500 К диапазонында бір ретке артуына алып келеді.



Сурет 2. Жылулық өңдеу есебінің бейсызықтық шекаралық шарттарының фазалық жазықтықтағы кескіні: а – $(T, \partial T/\partial x)$; б – (T, q) ; 1,2) сәулелену ескерілген және ескерілмеген жағдайдағы жылу алмасу

Мыс өзекшенің жылуөткізгіштік коэффициенті үлкен және диаметрі кіші, сондықтан ондағы температураның градиенті минимал мәнге ие болады. $(T, \partial T/\partial x)$ фазалық жазықтығында өзекшедегі температураның таралуы абцисса осіне жақын орналасқан вертикаль түзудің кішірек кесіндісі болып табылады. Өзекше мен қабықтың жылуөткізгіштік коэффициенттерінің $\lambda_1/\lambda_2 = 2,5 \cdot 10^3$ үлкен айырмашылығы қабықта біршама температура градиентін туғызады. IV текті шекаралық шарт вертикаль түзудегі λ_1/λ_2 шамасына пропорционал туындының үзілісіне алып келеді. Жіңішке қабықтағы полимерлеу процестері оның температуралық өрісіне әлсіз әсер етеді [1], сондықтан температураның артуы сызықтық заңдылыққа жақын, ал температураның градиенті тұрақты шамаға тең.

$(T, \partial T/\partial x)$ фазалық жазықтығында қабықтағы температураның таралуы бейсызықтық шекаралық шарттың маңайында орналасқан горизонталь сызықтың кесіндісі болып табылады. Өзекше мен қабықтағы температураның таралу есебінің сандық шешімі қабықтағы температура градиентін есептеуге мүмкіндік береді. Ол шамамен 10^4 К/м. Сондықтан $T_1 = 324$ К үшін өзекшедегі температураның градиенті $10^4/(\lambda_1/\lambda_2) = 4$ К/м болады. Шындығында, $(T, \partial T/\partial x)$ жазықтығындағы есептің шешімі абцисса осі мен шекаралық шарттардың қисығынан табылады. (T, q) жазықтығында (2,б-сурет) бұл шешім абцисса осіндегі координатасы $T_1 = 324$ К болатын нүкте арқылы өтетін вертикаль сызық болып келетін үздіксіз шама болып табылады.

Энергияны термоэмиссиялық түрлендіргішінің эмиттеріндегі кинетикалық энергия ағынының тығыздығы q_{e0} , ал коллекторда - q_{ed} болсын. Бұл екі шаманың мәндері электродтардың маңайындағы потенциалдық тосқауылдардың полюстеріне байланысты әртүрлі өрнектермен анықталады [5]:

$$x = 0, \quad V_E \leq 0,$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} \exp\left(\frac{eV_E}{kT_{e0}}\right)\right) q_{e0} = J_{Ee} \left(\frac{2kT_E}{e} - \frac{2kT_{e0}}{e}\right) +$$

$$+J_{e0} \left(1 - \frac{1}{2} \exp \left(\frac{eV_E}{kT_{e0}} \right) \right) \left(\frac{2kT_{e0}}{e} - V_E \right), \quad (8)$$

$$x = 0, \quad V_E \geq 0,$$

$$\frac{1}{2} q_{e0} = \left(J_{Ee} \exp \left(\frac{eV_E}{kT_{e0}} \right) - \frac{1}{2} J_{e0} \right) \left(\frac{2kT_E}{e} - \frac{2kT_{e0}}{e} \right) + J_{e0} \frac{2kT_E}{e}, \quad (9)$$

$$x = d, \quad V_C \geq 0,$$

$$\left(1 - \frac{1}{2} \exp \left(\frac{-eV_C}{kT_{ed}} \right) \right) q_{ed} = J_{Ce} \left(\frac{2kT_{ed}}{e} - \frac{2kT_C}{e} \right) + J_{ed} \left(1 - \frac{1}{2} \exp \left(\frac{-eV_C}{kT_{ed}} \right) \right) \left(\frac{2kT_{ed}}{e} + V_C \right), \quad (10)$$

$$x = d, \quad V_C \leq 0,$$

$$\frac{1}{2} q_{ed} = \left(J_{Ce} \exp \left(\frac{eV_C}{kT_C} \right) - \frac{1}{2} J_{ed} \right) \left(\frac{2kT_{ed}}{e} - \frac{2kT_C}{e} \right) + J_{ed} \frac{2kT_C}{e}, \quad (11)$$

мұндағы: e, k – электронның заряды және Больцман тұрақтысы; J_{Ee}, J_{Ce} – эмиттер мен коллектордан өтетін эмиссиялық электрондық токтың тығыздығы; J_{e0}, J_{ed} – эмиттер ($x = 0$) және коллектор ($x = d$) маңайындағы электрондық токтың тығыздығы; d – электрод аралық саңлаудың ені; T_{e0}, T_{ed} – электродтар маңайындағы температура; V_E, V_C – эмиттер мен коллектор маңайындағы электрод жанындағы потенциалдық тосқауыл. Электрод маңайындағы потенциалдық тосқауыл (V_E немесе V_C) үдетуші (< 0) немесе тежеуші (> 0) деп есептеледі, егер ол эмиттерден коллекторға келетін электрондарды үдететін (немесе тежейтін) болса.

Плазмадағы электрондардың кинетикалық энергиясының стационар ағынының тығыздығының өрнегінде конвективтік құраушы да ескеріледі:

$$q_e = -\lambda_e \frac{dT_e}{dx} + 2J_e \frac{kT_e}{e}, \quad (12)$$

мұндағы: T_e – плазма электрондарының температурасы; $\lambda_e = 2knD_e$ – электрондық газдың жылуөткізгіштік коэффициенті; n – плазманың тығыздығы; D_e – плазмадағы электрондардың диффузия коэффициенті.

Энергияны термоэмиссиялық түрлендіргішінің (ЭПТ) доғалық жұмыс режимінде электродтар аралығындағы саңлауда электрондар үшін ($V_E < 0, V_C > 0$) потенциалдық шұңқыр пайда болады, тәжірибелік өлшеулер арқылы плазма тығыздығының $n = n(x)$, электрондардың температурасының $T_e = T_e(x)$ және плазма орналасқан кеңістіктегі потенциалдың $V = V(x)$ таралуларын алады [2, 3]. ($T, \partial T / \partial x$) және (T, q) фазалық жазықтықтарының көмегімен плазма параметрлерінің эксперименттік және теориялық таралуларын салыстыруға болады [3]. Параметрлердің таралуларын теориялық түрде электрод маңайындағы температураның берілген өзгеру диапазоны үшін (8-11)-шекаралық шарттардан және (12)-формула бойынша $\left. \frac{dT_e}{dx} \right|_{x=0}, \left. \frac{dT_e}{dx} \right|_{x=d}$ шамаларының өрнектерден алуға болады.

ЭТТ және плазма параметрлері үшін келесі салыстырулар жасалды: эмиттердің температурасы $T_E = 1830\text{ K}$, коллектордың температурасы $T_C = 840\text{ K}$, цезий буының қысымы $p_{Cs} = 266,2\text{ Па}$, $d = 0,06\text{ см}$, электронның эмиттерден және коллектордан шығу жұмыстары сәйкесінше $F_E = 3,086\text{ эВ}$, $F_C = 1,448\text{ эВ}$. Эмиттерден келетін токтың эмиссиялық тығыздығы $J_{Ee} = 1,28\text{ А/см}^2$, коллектордан келетін ток тығыздығы - $J_{Ce} = 0,1\text{ А/см}^2$. Электрон – атом соқтығысу қимасы $\sigma_{ea} = 3,5 \cdot 10^{-14}\text{ см}^2$, электрон – ион үшін $\sigma_{ei} = 3,9 \cdot 10^{-6}\text{ А/Т}_e^2\text{ см}^2$, Λ – кулондық логарифм.

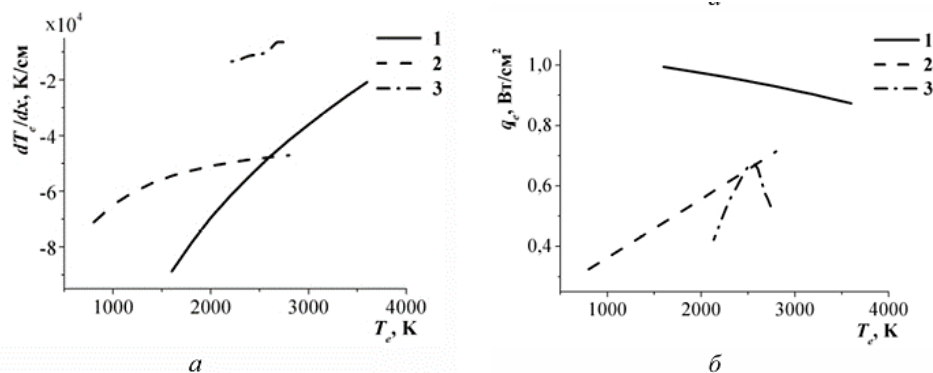
3-суретте ЭТТ арқылы өтетін $V_E = -0,667\text{ В}$, $V_C = -0,188\text{ В}$, $J = 1\text{ А/см}^2$ ток тығыздығы үшін плазманың эксперименттік және теориялық параметрлері келтірілген. Электрондардың эксперименттік температурасы $T_{eЭ} = T_{eЭ}(x)$ эмиттерден коллекторға қарай бірқалыпты кемиді (3, а-сурет, 3-қисық), сонымен бірге эмиттердің маңайында температура градиенті коллектор маңайындағыға қарағанда кіші. Қарастырып отырған үлгіде электрондар үшін температура градиенті теріс (3, а-сурет, 1, 2-қисықтар), және экспериментпен салыстырғанда (абсолюттік мәні бойынша) біраз үлкен. Осы нәтижелерді салыстырудан шығатыны:

- Эмиттер маңайында

$$\left. \frac{dT_{eЭ}}{dx} \right|_{x=0} = -6400\text{ К/см}, \quad \left. \frac{dT_{eМ}}{dx} \right|_{x=0} = -44048\text{ К/см};$$

- Коллектор маңайында

$$\left. \frac{dT_{eЭ}}{dx} \right|_{x=d} = -13400\text{ К/см}, \quad \left. \frac{dT_{eМ}}{dx} \right|_{x=d} = -51790\text{ К/см}.$$



Сурет 3. Төменгі температуралық плазманың фазалық жазықтықтағы параметрлерінің таралуы: а) $(T_e, \partial T_e / \partial x)$; б) (T_e, q_e) ; 1, 2) эмиттер және коллектор маңайындағы үлгілік параметрлер; 3) плазманың эксперименттік параметрлері

Эксперименттік $T_{eЭ} = T_{eЭ}(x)$ тәуелділіктің және (12) көмегімен анықталған плазмадағы электрондардың кинетикалық энергиясының тығыздығы (T_e, q_e) жазықтығында монотонды емес, үзілістері бар (3, б-сурет, 3-қисық). Эксперименттің және үлгінің көмегімен алынған шамаларды сандық салыстыру нәтижелері: эмиттер маңайында $q_{eЭ}|_{x=0} = 0,53\text{ Вт/см}^2$, $q_{eМ}|_{x=0} = 0,94\text{ Вт/см}^2$; коллектор маңайында $q_{eЭ}|_{x=d} = 0,42\text{ Вт/см}^2$, $q_{eМ}|_{x=d} = 0,58\text{ Вт/см}^2$.

Сонымен, эксперименттік және теориялық нәтижелерді сандық және сапалық салыстыру арқылы олардың бір-бірімен айтарлық айырмашылықтары болатыны анықталды. Плазма параметрлерінің мәндерін эксперименттік мәндерге 20% шегінде жуықтап ұстап отырып қанағаттанарлық сәйкестікті алуға болады. Нәтижелердің негізгі ауытқулары эмиттер маңайындағы электрондардың эксперименттік температуралық градиентінің аздығынан болып отыр. Эмиттер маңайындағы электрондардың температуралық градиенті коллектор маңайындағыдан төмен болмау керек. Эмиттер маңайындағы электрондардың температурасын бағалау нәтижесінде бұл шаманың әртүрлі авторларда әртүрлі болатыны байқалады. Мысалы, [3] жұмыста доғаның жану теңдеуін талдаудан алынған эмиттер маңайындағы электрондардың температурасы $T_{e0} = 2520$ К, ал [7] жұмыста ЭТТ эксперименттік вольт-амперлік сипаттамасын талдап, алынған нәтиже бойынша $T_{e0R} = 4640$ К. Соңғы бағалау бойынша, электрондардың саңлаудағы температуралық градиенті $\frac{\partial T_e}{\partial x} \approx (T_{ed\Delta} - T_{e0R})/d = (2133 - 4640)/0,06 = -41783$ К/см. Бұл жоғарыда келтірілген үлгідегі электрондардың температуралық градиентінің $\left. \frac{dT_{eM}}{dx} \right|_{x=0}$ мәніне жақын.

Электрондардың эксперименттік және теориялық температураларының өзгерісіндегі айырмашылық мәселесі қазіргі кездегі қолданыстағы плазманың теориялық үлгілерін ары қарай зерттеуді қажет етеді.

Қорытынды.

1. Температура-температура градиенті, температура-жылу ағынының тығыздығы фазалық жазықтықтарын қолданып, жылуөткізгіштік теңдеуінің шекаралық шарттарын кескіндеудің және талдаудың әдісі қарастырылды.

2. Барлық сызықтық IV текті шекаралық шарттардың фазалық жазықтықта кескінделуі талданды. Нақты екі есеп үшін III және IV текті шекаралық шарттардың фазалық жазықтықта кескінделу ерекшеліктері талқыланды. Біріншісі – цилиндрлік координаттар жүйесінде кабельдік бұйымдарды вулканизациялау кезіндегі температуралық өрістер үлгісі жасалды. Екіншісі - термоэмиссиялық энергия түрлендіргішіндегі төменгі температуралық цезий плазмасындағы процестердің декарттық координаттар жүйесіндегі үлгісі жасалды.

3. Фазалық жазықтықтар қолданылатын есептер үшін плазманың эксперименттік және үлгілік параметрлері салыстырылды. Нәтижесінде эмиттердегі электрондардың температуралық градиентінің айтарлықтай айырмашылығы болатыны анықталды.

Әдебиеттер тізімі

1. Кузнецов Г. В. Математическое моделирование температурных полей в процессе вулканизации типичных кабельных изделий [Текст] / Г. В. Кузнецов, Е. В. Иванова // Известия Томского политехнического университета. – 2010. – Т. 316, № 4: Энергетика.
2. Бакшт Ф.Г., Дюжев Г.А., Марциновский А.М. и др. Термоэмиссионные преобразователи и низкотемпературная плазма [Текст] / под ред. Б.Я. Мойжеса и Г.Е. Пикуса. – М.: Наука, 1973. – 480 с.
3. Стаханов И.П., Пащенко В.П., Степанов А.С., Гуськов Ю.К. Физические основы термоэмиссионного преобразования энергии [Текст] / под ред. И.П. Стаханова. – М.: Атомиздат, 1973. – 374 с.
4. Энциклопедия Низкотемпературной Плазмы [Текст] / ред. В.Е. Фортов, серия Б, том III-I, ред. А.Н. Старостин и И.Л. Иосилевский. – М.: Физматлит, 2004

5. Лесин, В.В. Уравнения математической физики [Текст]: учебник / В.В. Лесин. – Москва: ИНФРА-М, 2023. – 239 с.
6. Лыков А.В. Теория теплопроводности [Текст] / А.В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
7. Егоров В.И. Точные методы решения задач теплопроводности [Текст] / В.И. Егоров. – Санкт-Петербург: Университет ИТМО, 2015. – 64 с.
8. Дресвин С. В., Донской А. В., Гольдфарб В. М., Клубник В. С. Физика и техника низкотемпературной плазмы [Текст] / Под общей редакцией С. В. Дресвина. – М., Атомиздат, 1972. – 352 с.

Материал редакции 17.02.26 түсті, 17.03.26 қабылданды.

Р.Ж. Наметкулова¹, А.К. Кадирибетова²

¹Таразский университет им. М.Х. Дулати, Тараз, Казахстан

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ НА ФАЗОВОЙ ПЛОСКОСТИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

Аннотация. Рассмотрен метод анализа граничных условий краевой задачи теплопроводности на фазовых плоскостях температура – градиент температуры и температура – плотность теплового потока. Проанализированы особенности типов линейных граничных условий на заданных плоскостях. Нелинейные граничные условия на фазовых плоскостях изучены для двух случаев. Сравнивались результаты экспериментального и теоретического исследования расчета распределения температуры.

Ключевые слова: граничные условия, теплопроводность, уравнение теплопроводности, тепловой поток, температура, краевая задача, фазовая плоскость.

R.Zh. Nametkulova¹, A.K. Kadirimbetova¹

¹M.Kh. Dulaty Taraz University, Taraz, Kazakhstan

BOUNDARY CONDITIONS ON THE PHASE PLANE FOR THE THERMAL CONDUCTIVITY EQUATION

Abstract. The method of analysis of the boundary conditions of the edge problem of thermal conductivity in the phase planes temperature – temperature gradient and temperature – heat flux density is considered. The features of types of linear boundary conditions in the given planes are analyzed. Nonlinear boundary conditions in the phase planes are studied for two cases. The results of experimental and theoretical research of calculation of temperature distribution were compared.

Keywords: boundary conditions, thermal conductivity, heat conduction equation, heat flux, temperature, boundary value problem, phase plane.

References

1. Kuznetsov G.V., Ivanova E.V. Matematicheskoe modelirovanie temperaturnykh poley v protsesse vulkanizatsii tipichnykh kabelnykh izdeliy [Mathematical modeling of temperature fields during vulcanization of typical cable products] // News of Tomsk Polytechnic University. – 2010. – Vol. 316. – No. 4. [in Russian].
2. Baksht F.G., Dyuzhev G.A., Marcinyovskiy A.M., et al. Termoemissionnye preobrazovateli i nizkotemperaturnaya plazma [Thermoemission converters and

- low-temperature plasma] // edited by B.Ya. Moizhess and G.E. Pikus. – M.: Nauka, 1973. – 480 p. [in Russian].
3. Stakhanov I.P., Pashchenko V.P., Stepanov A.S., Guskov Yu.K. Fizicheskie osnovy termoemissionnogo preobrazovaniya energii [Physical fundamentals of thermoemission energy conversion] // edited by I.P. Stakhanov. – M.: Atomizdat, 1973. – 374 p. [in Russian].
 4. Entsiklopediya Nizkotemperaturnoy Plazmy [Encyclopedia of Low-Temperature Plasma] // edited by V.E. Fortov, Series B, Vol. III-I, edited by A.N. Starostin and I.L. Iosilevskiy. – M.: Fizmatlit, 2004. [in Russian].
 5. Lesin V.V. Uravneniya matematicheskoy fiziki [Equations of Mathematical Physics]: Textbook. – Moscow: INFRA-M, 2023. – 239 p. [in Russian].
 6. Lykov A.V. Teoriya teploprovodnosti [Theory of Heat Conduction]. – M.: Vysshaya shkola, 1967. – 599 p. [in Russian].
 7. Egorov V.I. Tochnye metody resheniya zadach teploprovodnosti [Accurate Methods for Solving Heat Conduction Problems]. – Saint Petersburg: University ITMO, 2015. – 64 p. [in Russian].
 8. Dresvin S.V., Donskoy A.V., Goldfarb V.M., Klubnikin V.S. Fizika i tekhnika nizkotemperaturnoy plazmy [Physics and Technology of Low-Temperature Plasma] // edited by S.V. Dresvin. – M.: Atomizdat, 1972. – 352 p. [in Russian].